

CAPÍTULO 11

O ERRO COMO MOTOR DO APRENDIZADO: UMA EXPERIÊNCIA ENVOLVENDO MATERIAIS CONCRETOS E SUBTRAÇÃO COM RESERVA ¹

Daniela Mendes Vieira da Silva
Abel Rodolfo Garcia Lozano
Fabio Menezes da Silva
Marcele Câmara de Souza
Priscila Cardoso Petito

RESUMO

Este capítulo se propõe a trazer reflexões acerca de produções de licenciandos(as) de Pedagogia, no contexto de uma disciplina de graduação, onde apresentam suas estratégias autorais na construção de significado para o procedimento de subtração com reserva, usando multimeios. As produções são de fato repostas a uma questão avaliativa que aponta um erro em uma operação de subtração com reserva e na qual licenciandos(as) são desafiados(as) a discutir sobre tal erro, criando uma abordagem com Material Dourado para auxiliar um estudante fictício a compreender como e por que o procedimento da subtração com reserva deve ser feita. A atividade considerou ainda a discussão de significados da subtração com ações pedagógica e matematicamente pensadas. As reflexões aqui propostas têm como base de análise a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) e os resultados alcançados apontaram que diferentes caminhos pedagógicos foram tomados, indicando a disposição dos(as) licenciandos(as) em criar propostas originais e de sistematizar seus raciocínios, na consideração ou não do algoritmo hegemônico que se usa para subtrações.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Matemática. Estudo do Erro. Subtração. TRRS.

1. INTRODUÇÃO

O presente capítulo apresenta, de forma argumentativa, reflexões acerca de produções de licenciandos(as) de Pedagogia, elaboradas no contexto de uma disciplina de ensino de matemática e a partir de um trabalho avaliativo, que versam sobre uma questão na qual foram convidados(as) a analisar um erro fictício, porém muito recorrente em salas de aula reais. A questão do trabalho avaliativo proposto traz uma situação simulada em que um(a) estudante resolve um exercício que envolve o procedimento da subtração com reserva de forma incorreta e deve ser auxiliado(a) a compreender tal procedimento a partir do significado inicial de subtração – retirar –, utilizando Material Dourado. Aqui já foi revelada uma das motivações deste estudo: a valorização do papel dos erros no processo de aprendizagem e o

¹ Atividade elaborada no contexto do projeto Laboratório de Ensino de Matemática da Faculdade de Formação de Professores da UERJ Itinerante e de baixo custo”, vinculado à Sub-Reitoria de Extensão e Cultura da UERJ - SR3/UERJ, aprovado para o ano de 2022 e registrado sob o número 6568, coordenado pela primeira autora deste capítulo.

desenvolvimento de estratégias no tratamento deles no desenvolvimento profissional – na formação inicial ou continuada – de docentes que ensinam matemática², como pedagogas(os).

Buscou-se, ao longo deste texto, analisar discussões assertivas e alternativas que busquem colaborar para a compreensão de conceitos³ e significados por parte de estudantes e, ao mesmo tempo, mostrar o quão imperativo é considerar as dificuldades inerentes ao processo e que se colocam como aspecto do desenvolvimento profissional docente. Assim, em um contexto específico, foram trazidos recortes de como os sujeitos de pesquisa percebem a situação apresentada para produzir dados de pesquisa e traçam estratégias de ação, sob um guarda-chuva teórico pautado na Teoria dos Registros de Representação Semiótica - TRRS (DUVAL, 2009).

Com a finalidade de organizar esta comunicação de pesquisa, esta seção introdutória apresenta motivações e intenções da presente pesquisa. Na seção 2, foi feita uma revisão do referencial teórico que serviu às análises efetuadas, depois, na seção 3 foi revelado o modo de produção de dados de pesquisa, descrevendo um pouco mais sobre os sujeitos de pesquisa, na seção 4 foram apresentados resultados e suas discussões e, por fim, considerações finais foram trazidas e todas as referências bibliográficas que foram citadas neste texto.

2. REVISÃO DO REFERENCIAL TEÓRICO: TRRS

A compreensão de conceitos matemáticos, segundo Duval (2009), pode ser facilitada ao aprendente de maneira intencional e teoricamente embasada, através do que ele chamou de Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS). Segundo este autor, os objetos matemáticos só podem ser acessados pelas suas representações simbólicas e a confusão entre objeto e sua representação constitui um obstáculo à compreensão conceitual em Matemática. Adianta-se, nesta revisão, o sobre a concepção platônica contida nessas premissas de Duval (2009). Contudo, entende-se que o método de facilitação da aprendizagem por ele proposto pode ser aplicado numa perspectiva da construção de significados matemáticos à medida que “não estamos mais no mundo das representações e das essências que caracteriza o pensamento platônico/hegeliano, mas dos acontecimentos cotidianos e prosaicos, nos quais nos movemos e nos constituímos” (SOARES; MIRANDA, 2008, p. 414).

² O uso de erros de Matemática fictícios, porém factíveis e recorrentes, têm sido explorado com sucesso no projeto Mathtask (<https://www.uea.ac.uk/groups-and-centres/a-z/mathtask/portuguese>), que inspirou a criação da questão aqui apresentada.

³ Conceito aqui é uma palavra abrangente e pode ser entendido como o objeto cognitivo que se quer atingir (DUVAL, 2003).

Para que se atenha aqui ao método de ensino baseado no TRRS, entretanto, é preciso entender o que ele mobiliza em termos de conceitos teóricos. Duval (2009) se refere à produção ou apreensão de uma representação semiótica (simbólica) de um objeto matemático como *semiósis*. Já às ações cognitivas que tendem a alcançar o objeto matemático, tais como a percepção ou quaisquer aspectos que envolvam a compreensão de diferenças, conceitos, procedimentos e propriedades ele se refere com o *noésis*. Semiósis e noésis são, então, mutuamente dependentes no que tange à compreensão em Matemática.

Duval (2009) afirma que as representações semióticas fazem parte de um sistema que possui suas próprias ingerências de signos e suas funções. Tais representações são vistas como essenciais à cognição, podendo revelar um objeto de diversas formas. Para ele, no processo de aprendizagem deve ocorrer no mínimo dois registros simultâneos (sejam numéricos, algébricos, geométricos ou presentes nas experiências sociais), pois os reconhece cada um deles como limitados em si, gerando a necessidade do uso entrelaçado com outras representações. A esses registros deu o nome de transformações, assim classificadas: ele chamou de **tratamento** quando um objeto se transforma dentro de um mesmo registro (ex.: mesma escrita simbólica como $10 - 5$ e $9 - 4$, enquanto subtrações equivalentes); e de **conversão** quando muda-se o tipo de registro, como na Tabela 1 abaixo:

Tabela 1: Conversão.

Registro de partida	Registro de chegada
$9 - 4 = 5$	

Fonte: Dados da própria pesquisa (2023).

Veja que o registro de partida está em representação numérica e o registro de chegada está em representação imagética. Para Duval (2009) de modo a evitar a confusão conceitual supracitada entre objeto e representação, é necessário ao aprendente coordenar diferentes representações semióticas de um mesmo objeto – em conversões. É aqui que entra-se de fato no método que é aqui usado como basilar nesta experiência avaliativa.

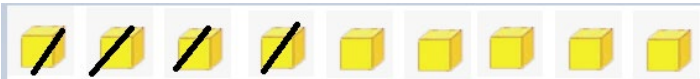
O registro de partida do exemplo acima pode ainda ser subdividido em seus elementos significantes, que indicam a menor unidade de informação do registro, com três informações principais: 9 (indicando o valor inicial); - 4 (indicando o que será retirado do valor inicial) – note que aqui o número negativo -4 não é o referido, e sim a - 4 como representação da retirada de 4 unidades –; e = 5 (indicando o resultado da operação). O registro de chegada pode também

ser subdivido em elementos significantes, são eles: nove cubinhos no total (relacionados ao 9), 4 traços pretos indicando eliminações (relacionados ao - 4) e 5 cubinhos sem traços (relacionados ao =5).

O método busca, num exercício de criatividade, uma conversão que possa ser chamada de cognitivamente econômica. Considerando a TRRS, tal conversão deve atender aos três critérios de congruência: 1) Cada elemento significativo de partida está ligado a um único elemento significativo de chegada; 2) Tal ligação ocorre na mesma ordem no registro de partida e no de chegada e 3) O registro de chegada tem entendimento único e inequívoco. Se os três critérios são atendidos, há uma congruência forte, se apenas dois critérios são atendidos, há congruência mediana, seguindo, se apenas um critério é atendido, há congruência fraca e, se nenhum critério é atendido, não há congruência, prejudicando a compreensão.

Diante do explicado, destaca-se que a conversão exemplificada na Tabela 1 não é cognitivamente econômica, pois ela apresenta congruência fraca. O primeiro requisito não é atendido, porque os nove cubinhos estão sendo reaproveitados para todos os elementos significantes de partida. O segundo requisito também não é atendido, uma vez que, por causa do reaproveitamento, não se consegue estabelecer em que ordem as ligações no registro de chegada ocorrem. Apenas o terceiro requisito foi atendido, uma vez que a resposta é a quantidade de quadradinhos não riscados e a conclusão é inequívoca. A Tabela 2 ilustra uma construção da relação entre registro de partida e de chegada utilizando uma única representação figural em todo o processo.




Tabela 2: Elementos significantes.

Registro de partida	Registro de chegada
9	
- 4	
=5	

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Para tornar tal conversão cognitivamente econômica, associada à congruência forte, torna-se necessário usar material concreto e mover as peças do registro de chegada passo a passo, como mostra a Tabela 3. Note que, nesta tabela, o registro de chegada pressupõe uma movimentação de peças do material proposto associada à representação da configuração obtida a partir dessa ação.

Tabela 3: Conversão econômica.

Registro de partida	Registro de chegada (+ação requerida)
9	 <p>Colocam-se nove cubinhos sobre uma mesa</p>
-4	 <p>Retiram-se 4 cubinhos de cima desta mesa.</p>
=5	 <p>Restam 5 cubinhos sobre essa mesa.</p>

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Veja que, agora sim, a conversão é cognitivamente econômica. O 9 está diretamente e unicamente associado aos 9 cubinhos, o - 4 está direta e unicamente associado ao ato de retirar 4 cubinhos de 9 e o =5 está associado aos 5 cubinhos restantes sobre a mesa. Isto ocorre na mesma ordem nos registros de partida e de chegada. Sendo assim, os requisitos 1 e 2 foram também atendidos, além do terceiro requisito que continua sendo contemplado, assim como anteriormente. E são as tentativas de produzir conversões cognitivamente econômicas por parte de licenciandos(as) tornados foco desta lente analítica, produzida nesta breve revisão do referencial teórico sobre a TRRS.

3. PRODUÇÃO DE DADOS E SUJEITOS DA PESQUISA

Os sujeitos da presente pesquisa são 47 licenciandos e licenciandas – a maioria do primeiro período – do curso de Pedagogia⁴ de uma instituição estadual de ensino superior, cursando a disciplina “*Matemática: Conteúdo e Método I*” no período de 2022-2. São discentes que tiveram, previamente à atividade avaliativa aqui analisadas, aulas sobre o TRRS e suas aplicações práticas.

Para produzir os dados de pesquisa deste capítulo, apresenta-se uma situação com um erro fictício de um(a) estudante na tentativa de resolver uma operação de subtração ($25 - 17 =$

³ Entendemos que são professores(as) que ensinam/ensinarão matemática e que estão em formação inicial. Termos de consentimento livre e esclarecido assinados e em posse dos autores.

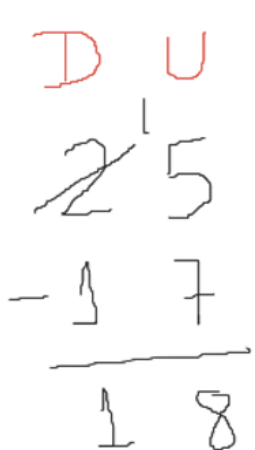
18) que, pelo algoritmo hegemônico ensinado largamente nas escolas, a solução é baseada na ação de “pegar emprestado” uma dezena. Na situação simulada, o(a) estudante realiza o procedimento do algoritmo, mas não o faz corretamente até o final, chegando a um resultado incorreto.

Um dos pontos de debate que se quis promover com essa questão era sobre a dificuldade envolvida na ideia de retirar uma quantidade maior de uma menor (5 unidades – 7 unidades), o que, em princípio, é um obstáculo considerável no paradigma dos números naturais, que faz parte do contexto da construção curricular do ensino fundamental I. Além disso, a proposta reforça o argumento aqui utilizado de que erros matemáticos de estudantes podem auxiliar os docentes a criar e compreender as estratégias de solução elaboradas e em que bases teóricas construídas foram pautadas. Isso é fundamental para detectar o foco da atuação, a intencionalidade, além de auxiliar na compreensão de conceitos e significados.

A Figura 1 abaixo mostra a questão proposta a estes estudantes em uma atividade avaliativa da disciplina mencionada. Foi por meio dela que conseguiu-se produzir os dados em análise neste texto.

Figura 1: Questão proposta.

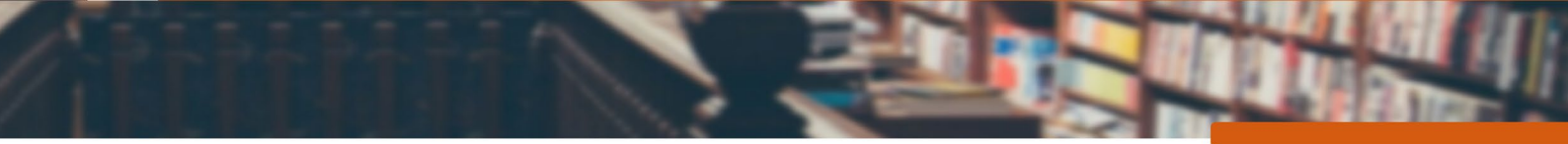
Questão 4: Um estudante, ao fazer a operação $25-17=$, chegou ao resultado 18, conforme a imagem abaixo.



(0,25 ponto) identifique onde foi que o estudante errou.

(0,25 ponto) elabore e apresente, passo a passo, uma estratégia, usando o material dourado, para ajudá-lo a chegar ao resultado correto. Explique a sua estratégia, ilustrando cada um de seus passos:

Fonte: Autoria própria (2023).

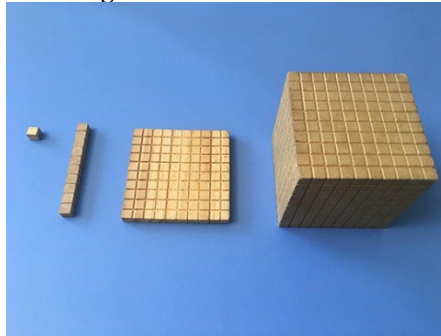


Abrem-se parênteses no método da produção de dados da pesquisa para afirmar que o passo do algoritmo hegemônico de subtração que envolve a ação do “pegar emprestado”, já tão incorporada aos processos para os professores, traz consigo um uso inadequado, socialmente falando, de um termo porque ali não se devolve o que se pegou emprestado. Uma expressão usada para fazer o estudante associar mecanismos da manipulação numérica com ações contextualizadas pode levar a mais conflitos de ideias do que ajudar propriamente. O problema, aqui percebido, é que expressões e procedimentos continuam a ser reproduzidos em salas de aula sem a devida reflexão e são perpetuados como forma única de abordagem, a despeito das consequências negativas de sua utilização que, em diversas situações, poderiam ser evitadas com pequenos ajustes. A fala mais adequada, segundo Simões (2017), é dizer que, no algoritmo, sempre que for necessário, trocas devem ser feitas tendo em mente que o elemento em cada ordem é dez vezes maior do que a sua antecessora, por se tratar do sistema decimal. Também é importante destacar a necessidade desta troca sempre que houver condições para que seja efetuada, ou seja, sempre que estiver disponível uma quantidade suficiente de elementos na ordem imediatamente subsequente.

Dito isto, este parêntese é fechado e volta-se à produção de dados. Especificamente no caso ora apresentado, a questão exigia o uso do Material Dourado, também explorado por Oriani (2019), que é um material concreto feito pensado no ensino da base decimal posicional, composto de cubinhos representando as unidades, barrinhas (compostas de dez cubinhos cada) representando as dezenas, placas (compostas de dez barrinhas ou por cem cubinhos) representando a centena e de um cubo grande (composto de dez placas ou mil cubinhos). A exigência da utilização do suporte de um material concreto tem o papel de estimular e subsidiar o uso de, pelo menos, dois registros semióticos para o mesmo objeto matemático, já trazendo a ideia da aplicação da TRRS para o contexto da questão, aproveitando o método de ensino.

A Figura 2 abaixo mostra um exemplo desse material em madeira, mas não é incomum encontrá-lo também planejado num material emborrachado chamado de EVA, ou outro material apropriado e, de preferência, de baixo custo.

Figura 2: Material dourado.



Fonte: Instituto Claro Educação (2019).

Os dados coletados são um apanhado de repostas dos(as) licenciandos(as), catalogados e tabelados para fins de análise: (i) do erro como motor do aprendizado e (ii) da elaboração de estratégias de ensino usando o Material Dourado. Devido à falta de espaço que este capítulo impõe, optou-se recortes de tais tabelas, que permitiram realizar continuamente novas interpretações sobre os dados, corroborando com as ideias de Creswell (2013) e Crotty (1998) sobre o fato da pesquisa qualitativa ser, eminentemente e fundamentalmente interpretativa permitindo “não generalizar através dos casos, mas generalizar dentro deles” (GEERTZ, 1989, p. 18). E, na próxima seção, o que buscou-se fazer foi refletir sobre generalizações possíveis por dentro desse caso, dessa atividade avaliativa proposta.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Erro como motor do aprendizado

Em relação à primeira parte da questão, que pede para identificar e descrever o erro na resolução fictícia proposta, observou-se que a ideia de “pegar emprestado” traz um obstáculo à compreensão do que de fato ocorre no algoritmo. Os(as) licenciandos(as) destacam este obstáculo em suas falas, como mostrado na Tabela 4, que traz um recorte significativo das respostas obtidas.

Tabela 4: Analisando o erro.

Licenciando(a)	Registro
1	O erro do estudante foi esquecer de subtrair o algarismo tirado da primeira dezena (2).
2	<p>0,5</p> <p>Questão 4- O estudante errou no momento da subtração das dezenas, o mesmo esqueceu que “emprestou” uma dezena para as unidades e subtraiu 2-1 ao invés de 1-1, ou, o estudante acha que ao transformar uma dezena em unidades é certo desconsiderar a parcela na qual emprestou, dessa forma o 2 fica valendo de 0, efetuando $0-1 = 1$.</p>

3	<p>a) Onde o estudante errou?</p> <p>O estudante trocou 1 dezena por 10 unidades mas não descontou uma dezena.</p> <p>Exemplo: O que o estudante fez: $\begin{array}{r} 25 \\ - 17 \\ \hline 18 \end{array}$ O correto $\begin{array}{r} 25 \\ - 17 \\ \hline 08 \end{array}$</p>
4	<p>R= O estudante esqueceu que para realizar essa operação foi necessário transformar 1 dezena em 10 unidades e a casa das dezenas ficou com menos 1 dezena.</p>

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

O(a) licenciando 1 é direto(a) em sua fala, afirmando objetivamente onde o estudante fictício errou, sem detalhar os motivos possíveis. Esta postura lacônica ao responder ao item ocorreu com frequência no corpus aqui levantado, indicando que a turma se assenhoreou do conteúdo estudado na disciplina, mas com níveis diferentes de profundidade ao tentar entender o processo que levou ao erro em si.

Os licenciandos(as) 2 a 4, desenvolvem as suas respostas em uma outra postura, mais dialogada, que também ocorreu com frequência. Isto indica que foram criadas as condições na disciplina para que estudantes se sentissem à vontade para escrever sobre Matemática em língua portuguesa, o que é desejável, segundo a TRRS, e também sob a ótica de uma abordagem dialogada e humanizada da disciplina, como propõe Mathias (2013a; 2013b).

Os(as) licenciandos(as) 2 a 4 fizeram a leitura de um cenário no qual o(a) estudante fictício(a) efetuou a troca esperada, mas não soube o que fazer com ela e a desconsiderou. Os(as) licenciandos(as) 2 e 4 optaram por ilustrar as suas considerações dentro da língua portuguesa, já o (a) licenciando(a) 3 optou por fazer a relação direta da sua explicação usando tanto a língua portuguesa com o algoritmo, o que enriquece a sua fala como pode-se perceber. Dentre estes, a TRRS indica que a explicação do(a) licenciando(a) 2 tem maior possibilidade de levar o(a) estudante fictício à compreensão do conceito atrelado ao sistema de numeração decimal posicional e o procedimento de subtrair em foco e a tratar o erro como propulsor no processo de ensino e aprendizagem.

4.2 Elaborando estratégias

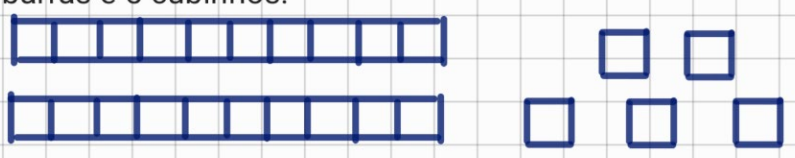
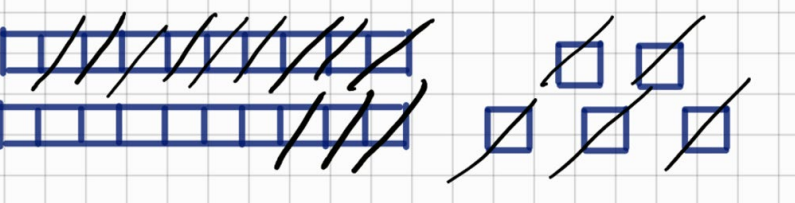

A segunda parte da questão, pede que os(as) licenciandos(as) criem uma estratégia, usando material dourado, para auxiliar o(a) estudante fictício a usar seu erro para compreender o significado e o procedimento que é o objeto dessa avaliação.

Encontraram-se no corpus de pesquisa, para este item da questão, diferentes estratégias para a resolução da atividade proposta. Três tipos de abordagem se destacaram: o uso de material dourado fora do algoritmo, o uso de material dourado dentro do algoritmo e um caso singular, digno de nota. É importante destacar que o material dourado prescinde do algoritmo.

4.2.1 Material dourado fora do algoritmo

O (a) licenciando(a) 1 optou por narrar em português as suas ilustrações com material dourado planejado, conforme se pode observar na Tabela 5.

Tabela 5: Proposta de uso do material dourado pelo licenciando(a) 1.

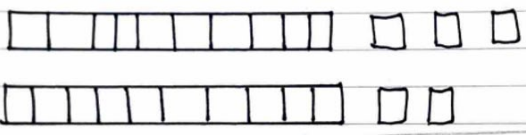
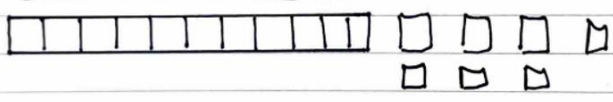

Passo	Ilustração e/ou narração
1	<p>Com a ajuda do material dourado ilustramos 25 como 2 barras e 5 cubinhos:</p> 
2	<p>Queremos subtrair 18 unidades, começando pelos cubinhos. A subtração será representada por riscos nos cubinhos, cada risco corresponde a 1 unidade a menos.</p> 
3	<p>Sobrando assim 8 unidades. Temos o resultado da operação: $25 - 17 = 8$</p> 

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Veja que, em todos os passos, há correspondência entre registros de partida e de chegada, na mesma ordem, e os registros de chegada são inequívocos, o que facilita a aprendizagem de um conceito, segundo a TRRS.

O(a) licenciando(a) 3 fez uma opção recorrente entre as respostas da turma. Ele(a) optou por representar os dois números envolvidos em um momento inicial. Note que isso traz dificuldades ao entendimento da operação, já que, na subtração, ou serão retirados 17 de 25 ou serão completados 8 para que 17 chegue a 25. A coexistência das duas representações traz dificuldades na coordenação dos registros e não há qualquer referência na utilização posterior da representação do 17 no material dourado. A Tabela 6 sistematiza a abordagem do(a) referido(a) licenciando(a).

Tabela 6: Proposta de uso do material dourado pelo licenciando(a) 3.

Passo	Ilustração e/ou narração
1	<p>1º -> Separar os valores com o material dourado, para os estudantes visualizarem melhor.</p> <p>25 -> </p> <p>17 -> </p>
2	<p>2º - Como estamos fazendo uma operação de subtração vamos retirar a quantidade pedida.</p>
3	<p>3º Vamos pegar o material dourado correspondente ao número 25 por ele ser maior e depois retirar (pintar) 17 cubinhos para ver quantos vão sobrar para assim assim como queremos obter o resultado para a operação.</p> <p></p> <p>Logo o resultado final vai ser 8</p>

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

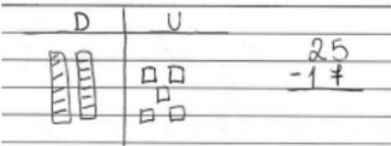
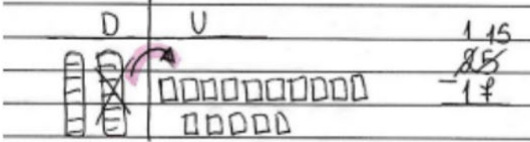
Apesar do primeiro passo trazer um obstáculo epistemológico ao entendimento do significado de subtração em foco, o segundo passo encaminha o pensamento do(a) estudante fictício da direção do caminho a ser seguido. O terceiro passo é dedicado a explicar a operação sem o uso de troca física das peças, o que seria pedagogicamente mais interessante. Ao pintar os cubinhos de cada barrinha, a troca é feita de maneira velada porque as barrinhas são subdivididas mentalmente.

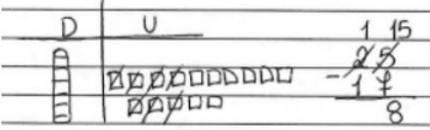
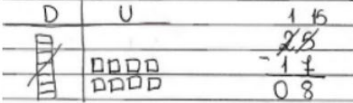
Um destaque positivo é a contagem numérica feita para os cubinhos restantes. A partir disso, o terceiro passo atende a todas as condições da TRRS para a facilitação da compreensão do significado de subtração com reserva. Sendo assim, mesmo com as considerações feitas, a conversão é cognitivamente econômica pois atende às três condições para tal.

4.2.2 Material dourado dentro do algoritmo

Representando esta categoria, foi trazida a produção do licenciando(a) 2 em que a proposta consistiu em contar uma história factível, ilustrando-a e sistematizando o processo com o uso de setas para indicar as ações narradas. Esta foi uma opção pedagógica envolvente e muito interessante, que facilita a conversão entre os registros utilizados e é mostrada na Tabela 7.

Tabela 7: Encaminhando o pensamento do(a) licenciando(a) 2.

Passo	Narração e/ou ilustração
1	(passo I) Imagine que você (aluno) está vendendo picolés na praia. Em seu isopor tem 25 picolés, só na parte da manhã você vendeu 17 picolés, quantos restaram para vender à tarde?
2	(passo II) Vamos destacar 25 unidades em material dourado, que no caso, serão 2 dezenas e 5 unidades. 
3	nesse caso, vamos ter que pedir emprestado para o vizinho (dezena) e vamos “quebrar” 1 barra e transformá-la em 10 cubos de unidades. 

4	<p>(passo IV) Assim, já podemos iniciar nosso sistema de subtração. Retiraremos 7 de 15 unidades e na casa da dezena ficará apenas 1.</p> 
5	<p>(passo V) Na casa da unidade já resolvemos, sobrou 8 cubos. Mas e a casa das dezenas? Bom, como emprestamos 1 dezena para a unidade, nos restou 1 e como vendemos 17 picolés nos falta subtrair as dezenas $1-1=0$</p>  <p>- Tiramos 1 dezena de 1 dezena e ficamos com 0. No entanto, restam 8 picolés para você vender na parte da tarde.</p>

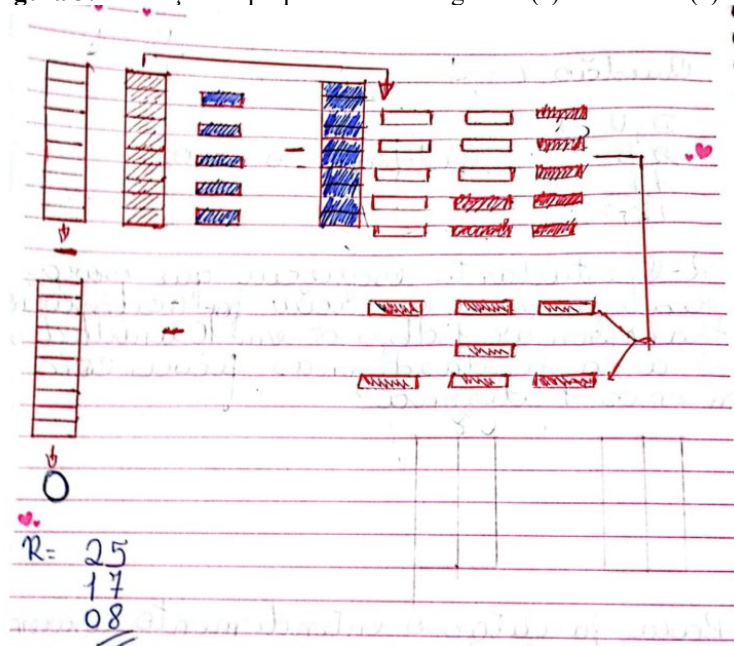
Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Veja que cada passo é narrado e destacado com marcações do que está sendo eliminado, detalhadamente. Isto facilita a compreensão do aprendiz, segundo a TRRS, e mostra uma capacidade de sistematização/descrição do processo importante para a construção das estratégias.

4.2.3 Um caso digno de nota

O licenciando(a) 4, fez a conversão da operação $25-17=8$ para um diagrama que flui na direção das setas indicadas, como apresentado na Figura 3.

Figura 3: Descrição da proposta de abordagem do(a) licenciando(a) 4.



Fonte: Autoria própria (2023).

Este tipo de representação fluida tem grande potencial. Observe que o 17 foi separado/compreendido como $10+7$. Na operação solicitada de $25-17$, uma dezena do 17 excluiu uma dezena do 25, restando apenas 7 unidades a serem retiradas. No passo seguinte, ao perceber que os cubinhos restantes não seriam suficientes, $10+5$ foi transformado em 15 cubinhos, dos quais 7 foram retirados. Ao final do processo, restam apenas o cubinhos, indicando que a resposta para $25-17$ é 8. Note que este tipo de raciocínio está bastante atrelado à ideia da resolução mental de operações, que desconstrói a obrigatoriedade de iniciar o raciocínio pela unidade e entende que retirar dezenas traz a análise para a solução entre números menores. Apesar de muitos professores(as) desestimularem esta subversão da ordem do algoritmo com receio de adicionar elementos que levem ao erro em resoluções futuras, essa postura estimula a criatividade na busca natural de soluções inerente ao processo de aprendizagem. A beleza está justamente no processo de construção de estratégias, com toda a riqueza da diversidade de pensamentos na sala de aula, sem que os algoritmos sejam usados como forma de controle e uniformização de raciocínio, mas sim como sistematização construída coletivamente.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscou-se, neste capítulo, refletir sobre discussões assertivas e alternativas, metodológicas intencionais, que buscam a criação de conversões cognitivamente econômicas a partir do significado de subtração, para a compreensão do procedimento do algoritmo da subtração com reserva. A partir de uma situação simulada e com a TRRS como guarda-chuva teórico para as análises, observou-se aqui quando foram usados de forma coordenada diferentes registros semióticos para a compreensão do procedimento e significado matemático supracitado, relacionando registros de partida e de chegada, na mesma ordem, e de modo inequívoco.

Nas análises efetuadas percebem-se e indicam-se diferentes possibilidades registradas pelos(as) licenciandos(as) de uma turma do curso de Pedagogia, que se dedicaram a analisar o erro do(a) estudante fictício. Destaca-se, sobretudo, o cuidado, majoritariamente encontrado, em narrar passo a passo o que foi sendo ilustrado nestes percursos. Esse passo é fundamental na ação de comunicação e registro do processo de ensinar e aprender, reflete o esforço deles(as) em dialogar com seu(sua) estudante. Considera-se aqui que os sujeitos de pesquisa se empenharam em tentar sistematizar seus raciocínios, na consideração ou não do algoritmo hegemônico que se usa para subtrações.

Outra questão a ser considerada importante deste trabalho é o fato de que a subtração traz uma série de complicações para o(a) estudante dos anos iniciais, cuja experiência escolar está relacionada ao contato apenas com números positivos – paradigma pautado nos números naturais. Na subtração, ao tentar subtrair um número menor de um maior, o estudante se depara, ainda que não perceba, com a existência de números negativos. Isto se constitui em um obstáculo epistemológico, destacado por Schubring (2007), e materializa um momento de estranhamento na vida do estudante. Tal estranhamento é compreensível, uma vez que Ripoll, Rangel e Giraldo (2016) esclarecem que, historicamente, os números negativos foram os últimos a receber o estatuto de número, mostrando que, até mesmo dentro de comunidades Matemática, eles se mostraram controversos.

Sim, dificuldades foram vivenciadas e é preciso comunicá-las: a limitação de tempo imposta pela necessidade do encurtamento de períodos letivos em um momento pós-pandemia de Covid-19, que cerceou um pouco os debates e reflexões necessários ao tratamento das abordagens propostas, no contexto da atividade avaliativa. Mas, finaliza-se com esperança e motivação, pois, em termos dos desdobramentos futuros, pretende-debruçar-se sobre outras questões dessa mesma avaliação para a produção de relatos e mais análises que colaborem com o desenvolvimento profissional docente, visando socializar percursos pedagógicos autorais desta turma tão diligente e talentosa e que se eterniza também nesse espaço de comunicação acadêmica.

REFERÊNCIAS

CRESWELL, J. W. **Research Design: Qualitative, Quantitative and Mixed Methods Approaches**. 4ed. SAGE Publications, 2013.

CROTTY, M. **The foundations of social research: meaning and perspective in the research process**. Sydney-Austrália: Allen&Unwin, 1998.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA**. 2. Ed. Campinas: Papyrus, 2003. Cap.1, p.11-33.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano – Registros semióticos e aprendizagens intelectuais** (fascículo 1) 1º Ed. São Paulo. Livraria da Física. 2009.

GEERTZ, C. **A interpretação das culturas**. Rio de Janeiro: LTC, 323 p, 1989.

MATHIAS, C. A **Partida de Tênis**. Niteroi: UFF, Jornal Dá Licença, Edição Ano XVIII, n. 54, p.14, set/13, 2013a. ISSN: 2236-9007.

MATHIAS, C. E. M. . Um Olhar Humanista sobre os Números Complexos. In: ROQUE, T.; GIRALDO, V. (Org.). **O Saber do Professor de Matemática - Ultrapassando a Dicotomia entre Didática e Conteúdo**. 1ed. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2013b, v. 1, p. 107-146.

ORIANI, A. P. **Explorando o material dourado, de Maria Montessori**. Instituto Claro de Educação, 2019. Disponível em: <<https://www.institutoclaro.org.br/educacao/para-ensinar/planos-de-aula/explorando-o-material-dourado-de-maria-montessori/>>. Acessado em: fev. 2023.

RIPOLL, C.; RANGEL, L.; GIRALDO, V. **Livro do Professor de Matemática na Educação Básica**, v. 2, Números Inteiros. Coleção Matemática para o Ensino. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

SIMÕES, M. **Uma palavra mal escolhida, um aluno mal encaminhado**. 2017. Disponível em: < <https://imaginariopuro.wordpress.com/2017/11/13/uma-palavra-mal-escolhida-um-aluno-mal-encaminhado/> >. Acessado em: fev. 2023.

SCHUBRING, G. **Um Outro Caso de Obstáculos Epistemológicos: o princípio de permanência**. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 20, nº 28, 2007, pp. 1 a 20. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1527>. Acessado em: fev. 2023.